



Université de Picardie Jules Verne  
U.F.R. des Sciences

LAMFA UMR CNRS 7352 - Département de Mathématiques



LAMFA

# **Master 2 Analyse Appliquée et Modélisation**

Description des cours

Année universitaire 2018/2019

Responsable : Pr. Alberto Farina (LAMFA)

La spécialité *Analyse Appliquée et Modélisation* s'inscrit dans le parcours du Master mention mathématiques et a pour vocation de proposer aux étudiants une formation de haut niveau en mathématiques appliquées et applications des mathématiques.

Les compétences acquises auront trait à la modélisation, l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, le calcul scientifique, le traitement numérique des données ; des cours de modélisation mathématique en Sciences du vivant (médecine, écologie), en stockage de l'énergie sont également proposés à la faveur des interactions multidisciplinaires que les membres du LAMFA UMR 7352 CNRS UPJV ont avec d'autres laboratoires de recherche.

La formation proposée vise donc à former des diplômés capables, d'une part, d'assurer un service pointu de veille technologique et, d'autre part, de mettre en œuvre ou de créer les outils mathématiques et algorithmiques les plus adaptés à des problèmes variés de modélisation et de simulation.

Il prépare aux métiers d'ingénieur mathématicien. Le Master pourra se poursuivre par le biais d'une thèse.

Le Master 2 est ouvert aux titulaires d'un Master de mathématiques ou d'un diplôme équivalent. Il accepte des étudiants salariés au titre de la formation continue.

Le Master 1, non présenté ici, est ouvert aux titulaires d'une Licence de mathématiques. On se reportera au site <https://www.lamfa.u-picardie.fr/masters-agregations> pour plus de précisions.

L'équipe d'accueil de la mention est le **LAMFA**, Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée, UMR 7352 CNRS UPJV.

**Dossier d'inscription :** Université de Picardie Jules Verne  
UFR des Sciences

Mme Valérie Lagache  
Master Mention Mathématiques  
Spécialité Analyse Appliquée et Modélisation  
33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens Cedex 1

Secrétariat du département de mathématiques :  
[valerie.lagache@u-picardie.fr](mailto:valerie.lagache@u-picardie.fr)  
tel : 03 22 82 75 01

L'inscription se fait, suivant les situations administratives

- soit en ligne sur le site [www.u-picardie.fr/ecandidat](http://www.u-picardie.fr/ecandidat)
- soit en passant Campus France (<https://www.campusfrance.org/fr>) (pas de dossier e-candidat dans ce cas) .

Il est fortement recommandé de prévenir, en plus, par courriel le responsable de la formation **Alberto Farina** : [alberto.farina@u-picardie.fr](mailto:alberto.farina@u-picardie.fr)

## MODALITÉS DE CONTRÔLE DES CONNAISSANCES

Une UE est validée par le biais d'un examen ou d'un projet.  
Évaluation du mémoire par un rapport écrit et une soutenance orale devant jury.  
Le mémoire est obligatoire.

## SYLLABUS M2 : Tronc Commun

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques		Analyse appliquée et modélisation		
<b>Intitulé :</b>  <div style="text-align: center;"><b>EDP et approximation des EDP</b></div>				<b>Semestre : 1</b>
<b>Volume horaire par étudiant</b>		CM : 30+15	TD : 30+15	TP :
<b>ECTS : 9</b>				

### **Equations aux Dérivées Partielles et Calcul des Variations (6 ECTS).**

Existence, propriétés qualitatives et aspects géométriques de solutions d'équations et de systèmes d'équations aux dérivées partielles non-linéaires de type elliptique et parabolique.

#### Bibliographie :

- L. C. Evans, Partial differential equations, Graduate studies in Mathematics, 19, AMS, Providence, RI, 1988
- D. Gilbarg, N.S. Trudinger, Elliptic partial differential equations of second order, reprint of the 1998 edition, classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001
- O. Kavian, Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques, Mathématiques et applications (Berlin), 13, Springer-Verlag, Paris, 1993

### **Approximation des EDP (3ECTS)**

Approximation polynomiale : Rappels et compléments, approximation au sens de Tchebycheff, au sens des moindres carrés, interpolation polynomiale et trigonométrie, interpolation par morceaux, splines.

Éléments finis : Formulation variationnelle, approximation variationnelle abstraite, méthodes de Galerkin. Espaces d'éléments finis, construction et mise en œuvre, théorie de l'erreur. Exemples : problèmes aux limites elliptiques (Dirichlet, Neumann), problème de Stokes. Illustration par FreeFem++.

#### Bibliographie :

- P. J. Davis, « Approximation and Interpolation », Dover publications
- A. Ern et J.-L. Germond, "Théorie et pratique des éléments finis", Springer, 2004
- C. Lanczos, « Linear Differential operators », Van Nostrand, 1961
- A. Quarteroni, A. Valli, Numerical Approximation of PDE, Springer
- Stoer et Burlich, "Introduction to numerical analysis", 2ed., Springer, 1993

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques		Analyse appliquée et modélisation		
Intitulé : <b>TRAITEMENT DES DONNEES et CALCUL SCIENTIFIQUE</b>			Semestre : 1	
Volume horaire par étudiant		CM : 30+15	TD : 30+15	TP :
ECTS : 9				

### Méthodes numériques pour le Calcul Scientifique (6 ECTS)

Ce cours présente quelques techniques numériques et leur mise en oeuvre à l'aide de logiciels de calcul scientifique modernes. On abordera notamment les méthodes efficaces de résolution de grands systèmes linéaires et non linéaires (méthodes directes, de Krylov, préconditionnement, méthodes de type Newton). Ces méthodes seront programmées en Scilab/Python. La méthode des éléments finis sera également abordée du point de vue algorithmique: les programmes seront écrits en Scilab/Python pour les applications en 1D et FreeFem++ sera utilisé pour les applications en 2D.

#### Bibliographie :

F.Brezzi et M. Fortin, mixed and hybrid finite elements methods, Springer 1991

P. Ciarlet, Analyse numérique matricielle et optimisation, Masson 1983

FreeFem++

V. Girault et P.A. Raviart, finite elements methods for Navier-Stokes equations, Springer 1986

B. Lucquin, O. Pironneau, Introduction au calcul scientifique, Masson, 1996

S.P. Harbison, G.L. Steele Jr., C: A reference manual, Prentice-Hall, 1987

L. Sainsaulieu, Calcul scientifique, Masson

### Traitement de données (3 ECTS)

L'objectif est de donner une introduction au traitement numérique des données et de les illustrer avec le logiciel R

0. Introduction : les identificateurs du " big data"

Analyse des données et apprentissage non supervisé

Rappels (lois statistiques usuelles)

Structures des données

Données monodimensionnelles (analyse statistique de base)

Données bidimensionnelles (corrélation, régression)

Données pluridimensionnelles (Analyse en Composantes Principales)

2. Construction des modèles et apprentissage supervisé / estimation de paramètres

Rappels et compléments d'optimisation

Régression linéaire et non linéaire

Un algorithme d'apprentissage : l'Algorithme KNN

3. Estimations de paramètres

Test statistiques

Filtres de Kalman

## Estimation Bayesienne

### Bibliographie :

M. Asch, M. Boquet, M. Nodet, Data Assimilation : Methods, Methods and Applications, SIAM, Fundamentals of Algorithms, 2017

G. Saporta, Probabilités, Analyse de Données et Statistique , Technip, 1990

James, Witten, Hastie, Tibshirani, Introduction to Statistical Learning with R . Springer 2013

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques		Analyse appliquée et modélisation		
Intitulé :  <b>Mini-Projet</b>				<b>Semestre : 1</b>
<b>ECTS : 3</b>				

Il s'agit d'un travail individuel encadré consistant en une introduction à un thème nouveau lié à un des cours fondamentaux du premier semestre. Cela peut prendre par exemple la forme de lecture d'un article, de sa compréhension et de sa restitution synthétique lors d'une présentation orale de la durée de 5-10 minutes.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques		Analyse appliquée et modélisation		
Intitulé : <b>Anglais Scientifique</b>			<b>Semestre : 2</b>	
<b>Volume horaire par étudiant</b>		CM : 15	TD : 15	TP :
<b>ECTS : 3</b>				

Ce cours est mutualisé avec le Master 2 ATNA.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité
Mathématiques		Analyse appliquée et modélisation	
Intitulé : <b>Mémoire ou Stage</b>			Semestre : 2
ECTS : 24			

Mémoire : il s'agit d'une initiation à la recherche. Il peut s'effectuer dans un laboratoire académique, à l'UPJV ou dans une autre université, mais aussi dans une industrie.

Stage : il s'agit d'un stage à l'extérieur du laboratoire.



## SYLLABUS M2 : Cours optionnels

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques		Analyse appliquée et modélisation		
Intitulé : <b>Equations de Schrödinger Non Linéaires. Exemples</b>			Semestre : 1	
Volume horaire par étudiant		CM : 15	TD : 15	TP : 0
ECTS : 3				

Les équations de Schrödinger non linéaires sont un modèle mathématique pour des phénomènes physiques variés: équation d'enveloppe pour le déplacement d'une onde à la surface d'une eau profonde, modèle pour le guidage d'un faisceau laser.

L'objet de ce cours est d'étudier le problème de Cauchy associé à ces équations d'évolution (existence et unicité de solutions, continuité par rapport à la donnée initiale). Les méthodes utilisées pour ces équations *dispersives*, qui sont foncièrement différentes des équations paraboliques, seront développées intégralement.

On étudiera aussi quelques propriétés qualitatives de solutions particulières, notamment l'existence d'ondes progressives. On discutera aussi la théorie des schémas numériques adaptés à ces équations (méthodes de splitting, de Crank-Nicolson, de relaxation).

Les connaissances liminaires demandées sont un peu d'Analyse Fonctionnelle.

Bibliographie :

T. Cazenave : Semilinear Schrödinger equations, vol. 10, Courant Lectures Notes in Mathematics, NYU Courant Institute of Mathematical Sciences, New York, 2003.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques		Analyse appliquée et modélisation		
Intitulé : <b>Lois de conservation scalaires</b>				Semestre : 1
<b>Volume horaire par étudiant</b>		CM : 15	TD : 15	TP : 0
<b>ECTS : 3</b>				

Ce cours est dédié à l'étude des lois de conservations scalaires aussi bien sur le plan théorique que numérique. On introduira les notions de solution classique, solution faible et solution entropique en relation avec l'existence et l'unicité. On s'intéressera ensuite à la résolution du problème de Riemann en définissant ce que sont les ondes de choc et de détente. On terminera en présentant quelques schémas numériques classiques pour approcher ces EDP et les propriétés qu'ils vérifient (consistance, TVD, monotonie...)

Toutes les notions seront appliquées sur des exemples simples : équation de transport, équation de Burgers, trafic routier...

Bibliographie :

E. Godlewski, P.A. Raviart : Hyperbolic systems of conservation laws, Ellipses, 1991

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques		Analyse appliquée et modélisation		
Intitulé : <b>Modélisation et Résolution Numérique de Problèmes Appliqués à la Médecine</b> & <b>Modélisation mathématique pour les sciences du vivant</b>			Semestre : 1 & 2	
Volume horaire par étudiant		CM : 15 +15	TD : 15+15	TP : 0
<b>ECTS : 6</b>				

### **Modélisation et Résolution Numérique de Problèmes Appliqués à la Médecine**

Equations de Maxwell

EEG : Modélisation. Résultat existence et unicité. Analyse de sensibilité. Discrétisation par éléments finis.

Estimation d'erreur. Problème inverse de sources.

Modèle d'électrodes complet: Modélisation. Résultat existence et unicité. Problème inverse

### **Modélisation mathématique pour les sciences du vivant**

L'objectif est d'étudier des modèles pour des systèmes biologique.

- Construction des modèles -

De nombreuses classes de modèles mathématiques existent pour décrire un système biologique.

Nous nous intéresserons ici aux modèles en compartiments et leur formalisation sous forme de systèmes dynamiques.

1. Le principe des modèles en compartiments.
2. Les modèles de populations en interaction.
3. Les modèles de réseau de régulation cellulaire.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques		Analyse appliquée et modélisation		
Intitulé :  <b>Equations de réaction diffusion, modélisation, analyse et simulation</b>				Semestre : 1
Volume horaire par étudiant			CM : 15	TD : 15 TP :
ECTS : 3				

Les équations de réaction-diffusion, comme par exemple les champs de phase (Allen-Cahn ou Cahn- Hilliard), sont utilisées comme modèles dans de nombreux champs applicatifs, en science des matériaux, en traitement des images ou en écologie pour n'en citer que quelques-uns ; elles sont l'objet actuel de recherches intenses aussi bien du point de vue de la modélisation, de l'analyse mathématique que du calcul scientifique.

L'objet de ce cours est d'introduire les techniques d'obtention de ces équations (modélisation), de mettre en avant les propriétés caractéristiques (principe du maximum, décroissance de l'énergie) et de donner des outils d'analyse mathématique pour étudier le caractère bien posé des problèmes de Cauchy ainsi que la régularité des solutions. La construction et l'étude de schémas numériques appropriés sera un autre aspect important du cours. Des mises en œuvre numériques simples seront proposées.

#### Bibliographie :

S. M. Allen, J. W. Cahn. Ground State Structures in Ordered Binary Alloys with Second Neighbor Interactions. Acta Met. 20, 423 (1972).

C.M. Elliott, The Cahn-Hilliard Model for the Kinetics of Phase Separation, in Mathematical Models for Phase Change Problems, International Series of Numerical Mathematics, Vol. 88, (1989) Birkhauser.

C.M. Elliott and A. Stuart The global dynamics of discrete semilinear parabolic equations. SIAM J. Numer. Anal. 30 (1993) 1622--1663.

H. Emmerich. The Diffuse Interface Approach in Materials Science Thermodynamic. Concepts and Applications of Phase-Field Models. Lecture Notes in Physics Monographs, Springer, Heidelberg, 2003.

Sören Bartels, Numerical Methods for Nonlinear Partial Differential Equations, Springer Series in Computational Mathematics, 2015

