

Université de Picardie Jules Verne
U.F.R. des Sciences
LAMFA UMR CNRS 7352 - Département de Mathématiques

Master 2 Analyse Appliquée et Modélisation

Description des cours

Année universitaire 2019/2020

Responsable : Pr. Alberto Farina (LAMFA)

La spécialité *Analyse Appliquée et Modélisation* s'inscrit dans le parcours du Master mention mathématiques et a pour vocation de proposer aux étudiants une formation de haut niveau en mathématiques appliquées et applications des mathématiques.

Les compétences acquises auront trait à la modélisation, l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, le calcul scientifique, le traitement numérique des données ; des cours de modélisation mathématique en Sciences du vivant (médecine, écologie), en stockage de l'énergie sont également proposés à la faveur des interactions multidisciplinaires que les membres du LAMFA UMR 7352 CNRS UPJV ont avec d'autres laboratoires de recherche.

La formation proposée vise donc à former des diplômés capables, d'une part, d'assurer un service pointu de veille technologique et, d'autre part, de mettre en œuvre ou de créer les outils mathématiques et algorithmiques les plus adaptés à des problèmes variés de modélisation et de simulation.

Il prépare aux métiers d'ingénieur mathématicien. Le Master pourra se poursuivre par le biais d'une thèse.

Le Master 2 est ouvert aux titulaires d'un Master de mathématiques ou d'un diplôme équivalent. Il accepte des étudiants salariés au titre de la formation continue.

Le Master 1, non présenté ici, est ouvert aux titulaires d'une Licence de mathématiques. On se reportera au site <https://www.lamfa.u-picardie.fr/masters-agregations> pour plus de précisions.

L'équipe d'accueil de la mention est le **LAMFA**, Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée, UMR 7352 CNRS UPJV.

Dossier d'inscription : Université de Picardie Jules Verne
UFR des Sciences

Mme Valérie Lagache
Master Mention Mathématiques
Spécialité Analyse Appliquée et Modélisation
33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens Cedex 1

Secrétariat du département de mathématiques :
valerie.lagache@u-picardie.fr
tel : 03 22 82 75 01

L'inscription se fait, suivant les situations administratives

- soit en ligne sur le site www.u-picardie.fr/ecandidat
- soit en passant Campus France (<https://www.campusfrance.org/fr>) (pas de dossier e-candidat dans ce cas) .

Il est fortement recommandé de prévenir, en plus, par courriel le responsable de la formation **Alberto Farina** : alberto.Farina@u-picardie.fr

MODALITÉS DE CONTRÔLE DES CONNAISSANCES

Une UE est validée par le biais d'un examen ou d'un projet.
Évaluation du mémoire par un rapport écrit et une soutenance orale devant jury.
Le mémoire est obligatoire.

SYLLABUS M2 : Tronc Commun

EDP et éléments finis

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :

CM : 30+30

TD : 30+30

ECTS : 9

Equations aux Dérivées Partielles et Calcul des Variations (6 ECTS).

Existence, propriétés qualitatives et aspects géométriques de solutions d'équations et de systèmes d'équations aux dérivées partielles non-linéaires de type elliptique et parabolique.

Bibliographie

[1] L. C. Evans, *Partial differential equations, Graduate studies in Mathematics, 19, AMS, Providence, RI, 1988*

[2] D. Gilbarg, N.S. Trudinger, *Elliptic partial differential equations of second order, reprint of the 1998 edition, classics in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 2001*

[3] O. Kavian, *Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques, Mathématiques et applications (Berlin), 13, Springer-Verlag, Paris, 1993*

Eléments finis (3ECTS)

Eléments finis : Formulation variationnelle, approximation variationnelle abstraite, méthodes de Galerkin. Espaces d'éléments finis, construction et mise en œuvre, théorie de l'erreur. Exemples : problèmes aux limites elliptiques (Dirichlet, Neumann), problème de Stokes. Illustration par FreeFem++.

Approximation polynomiale : Rappels et compléments, approximation au sens de Tchebycheff, au sens des moindres carrés, interpolation polynomiale et trigonométrique, interpolation par morceaux, splines.

Bibliographie

[1] P. J. Davis, *Approximation and Interpolation, Dover publications*

[2] A. Ern et J.-L. Germond, *Théorie et pratique des éléments finis, Springer, 2004*

[3] C. Lanczos, *Linear Differential operators, Van Nostrand, 1961*

[4] A. Quarteroni, A. Valli, *Numerical Approximation of PDE, Springer*

[5] J. Stoer et R. Burlich, *Introduction to numerical analysis, 2ed., Springer, 1993*

TRAITEMENT DES DONNEES ET CALCUL SCIENTIFIQUE

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :

CM : 30+30

TD : 30+30

ECTS : 9

Méthodes numériques pour le Calcul Scientifique (6 ECTS)

Ce cours présente quelques techniques numériques et leur mise en oeuvre à l'aide de logiciels de calcul scientifique modernes. On abordera notamment les méthodes efficaces de résolution de grands systèmes linéaires et non linéaires (méthodes directes, de Krylov, préconditionnement, méthodes de type Newton). Ces méthodes seront programmées en Scilab/Python. La méthode des éléments finis sera également abordée du point de vue algorithmique: les programmes seront écrits en Scilab/Python pour les applications en 1D et FreeFem++ sera utilisé pour les applications en 2D.

Bibliographie

- [1] F.Brezzi et M. Fortin, *Mixed and hybrid finite elements methods*, Springer 1991
- [2] P. Ciarlet, *Analyse numérique matricielle et optimisation*, Masson 1983
- [3] V. Girault et P.A. Raviart, *Finite elements methods for Navier-Stokes equations*, Springer 1986
- [4] B. Lucquin, O. Pironneau, *Introduction au calcul scientifique*, Masson, 1996
- [5] S.P. Harbison, G.L. Steele Jr., *C: A reference manual*, Prentice-Hall, 1987
- [6] L. Sainsaulieu, *Calcul scientifique*, Masson

Traitement de données (3 ECTS)

L'objectif est de donner une introduction au traitement numérique des données et de les illustrer avec le logiciel R

Introduction : les identificateurs du " big data"
Analyse des données et apprentissage non supervisé
Rappels (lois statistiques usuelles)
Structures des données
Données monodimensionnelles (analyse statistique de base)
Données bidimensionnelles (corrélation, régression)
Données pluridimensionnelles (Analyse en Composantes Principales)
Construction des modèles et apprentissage supervisé / estimation de paramètres
Rappels et compléments d'optimisation
Régression linéaire et non linéaire
Un algorithme d'apprentissage : l'Algorithme KNN
Estimations de paramètres
Test statistiques
Filtres de Kalman
Estimation Bayésienne

Bibliographie

- [1] M. Asch, M. Boquet, M. Nodet, *Data Assimilation : Methods, Methods and Applications*, SIAM, *Fundamentals of Algorithms*, 2017
- [2] G. Saporta, *Probabilités, Analyse de Données et Statistique*, Technip, 1990
- [3] James, Witten, Hastie, Tibshirani, *Introduction to Statistical Learning with R*. Springer 2013

Mini-Projet

Semestre : 1

ECTS : 3

Il s'agit d'un travail individuel encadré consistant en une introduction à un thème nouveau lié à un des cours fondamentaux du premier semestre. Cela peut prendre par exemple la forme de lecture d'un article, de sa compréhension et de sa restitution synthétique lors d'une présentation orale de la durée de 5-10 minutes.

Anglais Scientifique

Semestre : 2

Volume horaire par étudiant :

ECTS : 3

CM : 15

TD : 15

Ce cours est mutualisé avec le Master 2 ATNA.

Mémoire ou Stage

Semestre : 2

ECTS : 24

Mémoire : il s'agit d'une initiation à la recherche. Il peut s'effectuer dans un laboratoire académique, à l'UPJV ou dans une autre université, mais aussi dans une industrie.

Stage : il s'agit d'un stage à l'extérieur du laboratoire.

SYLLABUS M2 : Cours optionnels

Morphologie dans les systèmes hors équilibre

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :

CM : 15

TD : 15

ECTS : 3

Contenu des enseignements :

A) Tension et énergie de surface, mécanique des couches minces, adhésion, fracture,

Résolution de quelques problèmes simples.

Méandres hors équilibre, analyse linéaire et nonlinéaire et autosimilaire d'une surface vicinale.

Etudes des équations de KPZ et de Kuramoto-Sivashinsky.

B) Dynamiques des particules déformables :

Ecoulement confiné d'une suspension d'objets déformables

Modélisation de la viscosité de suspensions de particules

Bibliographie

[1] Ch. Misbah, *Complex Dynamics and Morphogenesis: An introduction to Nonlinear Science*, 1st ed. 2017

[2] R. Fåhræus and T. Linqvist. *The viscosity of the blood in narrow capillary tube.* *Am.J. Physiol.*, 96562 (1931).

[3] R. Lipowsky and E. Sackmann. *Structure and Dynamics of Membranes.* North-Holland, (1995)

[4] S. R. Keller and R. Skalak. *Motion of a tank-treading ellipsoidal particle in a shearflow.* *J. Fluid Mech.*, 12027 (1982)

[5] B. Maury, *Numerical analysis of a finite element/volume penalty method.* *SIAM J. Numer. Anal.*, 471126 (2009)

[6] H. Brenner, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2, 137 (1970)

[7] W. F. Hall and S. N. Busenberg, *J. Chem. Phys.* 11, 137 (1969).

[8] H. Brenner, *J. Colloid Interface Sci.* 32, 141 (1970).

Lois de conservation scalaires

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :

CM : 15

TD : 15

ECTS : 3

Ce cours est dédié à l'étude des lois de conservations scalaires aussi bien sur le plan théorique que numérique. On introduira les notions de solution classique, solution faible et solution entropique en relation avec l'existence et l'unicité. On s'intéressera ensuite à la résolution du problème de Riemann en définissant ce que sont les ondes de choc et de détente. On terminera en présentant quelques schémas numériques classiques pour approcher ces EDP et les propriétés qu'ils vérifient (consistance, TVD, monotonie...)

Toutes les notions seront appliquées sur des exemples simples : équation de transport, équation de Burgers, trafic routier...

Bibliographie

[1] E. Godlewski, P.A. Raviart : *Hyperbolic systems of conservation laws, Ellipses, 1991*

Théorie Ergodique et dynamique topologique par l'exemple.

Semestre : 1

Volume horaire par étudiant :
15

CM : 15

TD :

ECTS : 3

Dans ce cours on appréhendera au travers d'exemples les notions importantes de la théorie ergodique et de la dynamique topologique. On verra notamment l'aspect modélisation par des systèmes dynamiques .

Dynamique des rotations sur des groupes.

Dynamiques de l'intervalle et des tores T^1 et T^2 : linéaire et transformation de Gauss (dynamique des fractions continues).

Dynamique des décalages : fullshift, codage de rotations substitutions,...

Modélisation de la structure des fractions continues, des suites d'entiers de densité positives, de la persistance des nombres (Sloane problem),...

Bibliographie

[1] A. Katok, B. Hasselblatt, *Introduction to the modern theory of dynamical systems*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

[2] W. Parry, *Topics in Ergodic Theory*, Cambridge University Press 1981.

[2] K. Petersen, *Ergodic Theory*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics 2, 1983.

[4] P. Walters, *An Introduction to Ergodic Theory*, Graduate Texts in Mathematics 79, Springer-Verlag 1982.

[5] D. Williams, *Probability with martingales*, Cambridge Mathematical Textbooks, Cambridge University Press, Cambridge, 1991.

Modélisation et Résolution Numérique de Problèmes Appliqués à la Médecine & Modélisation mathématique pour les sciences du vivant

Semestre : 1
Volume horaire par étudiant
CM : 15 + 15
TD : 15 + 15
ECTS : 6

Modélisation et Résolution Numérique de Problèmes Appliqués à la Médecine

Equations de Maxwell

EEG : Modélisation. Résultat existence et unicité. Analyse de sensibilité. Discrétisation par éléments finis. Estimation d'erreur. Problème inverse de sources.

Modèle d'électrodes complet: Modélisation. Résultat existence et unicité. Problème inverse

Modélisation mathématique pour les sciences du vivant

L'objectif est d'étudier des modèles pour des systèmes biologique.

- Construction des modèles -

De nombreuses classes de modèles mathématiques existent pour décrire un système biologique.

Nous nous intéresserons ici aux modèles en compartiments et leur formalisation sous forme de systèmes dynamiques.

1. Le principe des modèles en compartiments.
2. Les modèles de populations en interaction.
3. Les modèles de réseau de régulation cellulaire.