Densités d'ensembles définis par la fonction somme des chiffres en base 2

Jordan Emme

Il s'agit de travaux en collaboration avec A. Prikhod'ko et P. Hubert. On s'intéresse à des densités d'ensembles définis via la fonction somme des chiffres en base deux s_2. Plus précisément, pour chaque entier naturel a et pour chaque entier relatif d, on s'intéresse à la densité de l'ensemble des entiers naturel n tels que $s_2(n+a)-s_2(n)=d$. On appelle cette densité $\mu_a(d)$ et on remarque que μ_a est une mesure de probabilité sur $\mathbb{Z}$. Ces ensembles interviennent naturellement en arithmétique, notamment dans les travaux de Bésineau sur les corrélations de certaines fonctions arithmétiques. Ici notre approche est différente et nous faisons d'abord une étude combinatoire des solutions de $s_2(n+a)-s_2(n)=d$. Nous en donnons une description par des arbres et des automates. Ceci permet d'exprimer μ_a comme produit de matrices. À partir de cette expression nous donnons des propriétés asymptotiques de cette mesure de probabilité lorsque a tend vers l'infini (en un sens plus précis que nous définirons). Par exemple nous montrons que la norme L^2 de cette mesure tend vers zéro lorsque a tend vers l'infini. Nous avons par ailleurs des bornes sur la variance de μ_a pour a "assez grand". Enfin, dans un travail en commun avec Pascal Hubert reprenant ces résultats, nous montrons que μ_a vérifie un théorème central limite.