

Calculer l'entropie topologique des sous-décalages unidimensionnels

Benjamin Hellouin

L'entropie topologique d'un système dynamique est un paramètre réel qui mesure sa complexité dynamique, et trouver une méthode (algorithmique) pour calculer ce paramètre est une question étudiée sur l'ensemble des systèmes dynamiques. Pour les sous-décalages de type fini en dimension 1, une telle méthode est connue et permet même de décrire l'ensemble des entropies possibles par une condition algébrique. Par contraste, pour les sous-décalages de type fini en dimension 2, on sait que l'existence d'un tel algorithme est impossible : parmi ces entropies on trouve même des réels qui ne sont pas approchables algorithmiquement. Cependant l'entropie redevient calculable sous certaines hypothèses dynamiques.

Dans cet exposé, j'explore le cas des sous-décalages de dimension 1 qui ne sont pas de type fini, mais qui sont décrits par un algorithme dans un certain sens. Dans ce cas-là l'entropie est de nouveau incalculable. Nous considérons l'effet de diverses restrictions dynamiques : minimalité, unique ergodicité, transitivité, et plus particulièrement le mélange topologique qui représente l'indépendance du contenu de deux régions assez éloignées. Notre résultat principal est l'existence d'un saut de difficulté suivant le taux de mélange topologique : l'entropie reste incalculable quand le taux de mélange est assez faible (mélange linéaire) mais devient calculable pour un taux de mélange légèrement plus fort (mélange sous-linéaire).

Ce travail est une collaboration avec Sylvère Gangloff.