

Marche aléatoire persistante : récurrence/transience

Basile de Loynes

15 décembre 2015

Dans cet exposé, on présentera un modèle de marche aléatoire à longue mémoire en dimension 1. Étant donnée une suite de variables aléatoires $\{X_k\}_{k \geq 1}$ à valeurs dans $\{-1, 1\}$, on s'intéresse au comportement en temps long du processus $\{S_n\}_{n \geq 0}$ défini par

$$S_0 := 0 \quad \text{et} \quad S_n := \sum_{k=1}^n X_k \quad n \geq 1.$$

Lorsque les accroissements X_k sont supposés i.i.d., il s'agit de la marche aléatoire classique dont le comportement est bien connu. Dans le modèle étudié, les lois de sauts dépendent partiellement du passé de la trajectoire. Plus précisément, la probabilité de monter ou de descente dépend du temps passé (appelé temps de persistance) dans la direction dans laquelle le marcheur est train d'évoluer. Cette persistance est modélisée à l'aide d'une chaîne de Markov à longueur variable (VLMC pour Variable Length Markov Chain).

Après avoir décrit le modèle, un critère de récurrence/transience s'exprimant en fonction des paramètres du modèle sera énoncé. Suivront plusieurs exemples illustrant le caractère instable du type de la marche lorsqu'on perturbe légèrement les paramètres (tout particulièrement lorsque les temps de persistances ne sont plus intégrables).

Ces travaux sont issus d'une collaboration avec P. Cénac, A. Le Ny et Y. Offret.