

Le nombre d'Ogasa

Giaoa Vago

Il s'agit d'un invariant d'origine dynamique, dont le calcul fait appel à des outils de topologie, de combinatoire des graphes, et de géométrie des groupes.

Plus précisément, étant donnée une variété M , on cherche à savoir quelles sont les fonctions de Morse définies sur M dont les niveaux réguliers seraient les plus simples.

Pour cela, Ogasa propose l'invariant suivant. D'abord, pour toute fonction de Morse f sur M fixée, on calcule la somme des nombres de Betti de chaque niveau régulier, puis on ne retient que le maximum de ces nombres. Pour toute f fixée, cette valeur maximale dépend donc de M et de f . Ensuite on minimise, en faisant varier la fonction de Morse f sous-jacente parmi toutes celles qui sont possibles. Le nombre obtenu par cette procédure de minimax ne dépend que de la variété initiale M et c'est le nombre d'Ogasa.

Notons qu'en dimension 2, le calcul de ce nombre est immédiat. Concernant la dimension 3, la richesse de l'étude de cet invariant dynamique explose. Avec Michel Boileau nous avons compris ce que ce nombre mesure et nous avons montré comment il est relié à d'autres invariants topologiques, géométriques et algébriques de la variété sous-jacente.

Dans l'exposé je donnerai d'abord quelques exemples simples de calcul de ce nombre. Puis je me concentrerai sur la dimension 3 : j'expliquerai, à l'aide des résultats obtenus, pourquoi cet invariant est tellement intéressant.