

Trois sujets de stage M1

Objet : Simulation numérique d'un système couplé pour l'accoustique.

En acoustique (notamment musicale), on propose des modèles de propagation des sons dans des tuyaux en prenant en compte le phénomène de compressibilité et la couche limite près du tuyau. Dans ce cadre, la géométrie du domaine est un tuyau 2D infini en x , dont la composante y varie entre 0 et L et le temps est dans \mathbb{R}^+ . Si l'on note u la vitesse moyenne horizontale en un point x à un temps t , elle ne dépend que de x, t . On note $\xi(x, y, t)$ la vitesse dans la couche limite (au voisinage de $y = 0$).

Un modèle possible linéarisé des équations satisfaites est

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} - \nu \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)_{y=0} & = f(x, t) \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} - \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + b \frac{\partial u}{\partial x} & = g(x, y, t). \end{cases}$$

Ici a, b, ν, μ sont des paramètres. Les fonction f et g servent à valider le code et seront prises égales à zéro dans la théorie. On essaiera de prendre les conditions initiales non nulles. Trois stages sont alors possibles.

Le premier stage consiste à résoudre numériquement (si possible en python) la première équation en prenant ξ et $u(t = 0, x) = u^0(x)$ comme une donnée.

Le second stage consiste à résoudre numériquement (si possible en python) la seconde équation en prenant $u(t, x)$ et $\xi(t = 0, x) = \xi^0(x)$ comme une donnée. Je souhaite que ces deux codes puissent tourner ensemble.

Le troisième stage (théorique) consiste à éliminer la seconde équation de type chaleur avec second membre et reporter la solution dans la première équation.

Le quatrième stage est certainement trop complexe (M2). Il consiste à résoudre le système obtenu après élimination de la deuxième équation. On arrive donc à un système avec des dérivées d'ordre 1/2 ! On pourra lire deux méthodes numériques de résolution (Jing-Rebecca Li et Chehab/Sadaka) et les programmer. Le but serait de comparer ces deux façons de discrétiser la dérivée d'ordre 1/2 et comparer avec la résolution "mixte" du système plus haut.

Contacts :

Jean-Paul Chehab (Jean-Paul.Chehab@u-picardie.fr)
Hervé Le Meur (Herve.Le.Meur@u-picardie.fr).