

Étude théorique et numérique des dérivées non entières

Jean-Paul Chehab^a
Hervé V.J. Le Meur^{a,b}

^a *LAMFA Univ de Picardie Amiens*

^b *CNRS et LMO Paris-Sud Orsay*

Jean-Paul.Chehab@u-picardie.fr

Herve.Le.Meur@u-picardie.fr

4 décembre 2016

Objectifs : Comprendre ce que peut être une dérivée non entière, comment un tel objet mathématique peut sortir de la physique, sa signification, mais aussi comment on peut la discrétiser afin de mieux la comprendre.

Mots clés : Fourier, dérivée non entière, équation d'évolution.

1 Introduction

On sait ce qu'est une fonction, ainsi que sa dérivée. Mais comment pourrait-on dériver à moitié, voire d'un nombre irrationnel ?

Depuis une dizaine d'années, différents modélisateurs voient apparaître des dérivées non entières à partir de leurs modèles très classiques. Par exemple, quand on cherche à trouver l'évolution des ondes de surface en partant des équations de Navier-Stokes, il a été prouvé qu'il fallait utiliser des équations d'évolutions contenant une dérivée non entière. On en trouve des exemples dans [2], [4] ou [3]. Or, alors que ces différents articles sont censés obtenir la même équation, ils ne trouvent pas la même expression !

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} + C \frac{d^\alpha u}{dt^\alpha} = 0 & \text{dans } \mathbb{R} \\ u(t=0) = u_0, \end{cases} \quad (1)$$

pour un α entre zéro et un.

2 Plan du travail

L'étudiante ou étudiant devra commencer par lire l'article en français [1] qui est une excellente introduction. Puis il pourra chercher d'autres références. Il se familiarisera avec les propriétés théoriques de cette dérivée fractionnaire.

D'éventuels rappels sur la transformée de Fourier seront aussi faits.

Il faudra ensuite essayer de résoudre une équation d'évolution assez simple comme (1), soit par des méthodes de type différence finie (cf. [1] et [5]), soit par des méthodes de type spectral qui seront expliquées. Plusieurs suites sont possibles.

Fait à Amiens le 6 décembre 2016

References

- [1] F. Dubois, A.-C. Galucio et N. Point Introduction à la dérivation fractionnaire, *Techniques de l'ingénieur Applications des mathématiques* 2010/04/10
- [2] H.V.J. Le Meur, Derivation of a viscous Boussinesq system for surface water waves, *Asymp. Anal.* 94 (2015) pp. 309–345
- [3] P.L.-F. Liu and A. Orfila, Viscous effects on transient long-wave propagation, *J. Fluid Mech.* **520** (2004) pp. 83–92.
- [4] D. Dutykh, Visco-potential free-surface flows and long wave modelling, *Eur. J. Mech. B Fluids* **28** (2009) 3 pp. 430–443.
- [5] Marco Donatelli, M. Mazza, S Serra-Capizzano, Spectral analysis and structure preserving preconditioners for fractional diffusion equations, *J. Comput. Phys.*, Vol. 307 (2016), pp. 262–279