

SYLLABUS M1

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques	Obligatoire	AAM/ATNA/Agrégation	Obligatoire	
Intitulé : M1 Analyse Fonctionnelle				Semestre : 1
Volume horaire par étudiant : 60		CM : 30	TD : 30	TP :
ECTS : 6	Coefficient : 1			

Programme :

Rappels sur le programme de Topologie Générale dans les espaces de Banach (compacité : Riesz, Ascoli, Stone-Weirstrass).

Espaces vectoriels normés : Théorèmes de Hahn-Banach.

Espaces de Banach : Théorème de Banach-Steinhaus, théorèmes de l'application ouverte et du graphe fermé.

Espaces de Hilbert : Théorème de projection sur un convexe fermé non vide, dualité, supplémentaire topologique, théorèmes de Stampacchia et de Lax-Milgram, bases hilbertiennes, convergence faible et conséquences.

Espace L^p : séparabilité, convolution, régularisation, densité, dualité et compacité.

Topologie faible et faible * : Théorèmes de Banach-Alouglou-Bourbaki et de Kakutani et applications aux espaces fonctionnels.

Convexité, uniforme convexité, réflexivité et leurs conséquences.

Théorie spectrale des opérateurs linéaires et continus. Opérateurs compacts : Alternative de Fredholm, spectre d'un opérateur compact, diagonalisation d'un opérateur compact, auto-adjoint sur un espace de Hilbert (exemple : équations intégrales de type Fredholm et Volterra).

Pré requis :

Topologie générale et Intégration de la Licence mention Mathématiques.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité
Mathématiques	Obligatoire	AAM/ATNA/Agrégation	Obligatoire
Intitulé : M2 Théorie des groupes			Semestre : 1
Volume horaire par étudiant : 60		CM : 30	TD : 30 TP :
ECTS : 6	Coefficient : 1		

Programme

Produits directs et semi-directs.

Groupes opérant sur un ensemble et conjugaison.

Théorèmes de Sylow.

Groupes symétriques et alternés.

Groupes dérivés, groupes simples et groupes résolubles.

Structure des groupes abéliens de type fini.

Etude des groupes linéaires et spécial linéaire.

Pré-requis

Groupes, anneaux, corps de L3,

Algèbre linéaire approfondie de L3.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité
Mathématiques	Optionnelle	AAM et Agrégation	Optionnelle
Intitulé : M3 Analyse de Fourier et distributions tempérées			Semestre : 1
Volume horaire par étudiant : 60		CM : 30	TD : 30 TP :
ECTS : 6	Coefficient : 1		

Programme :

Séries de Fourier d'une fonction localement intégrable. Lemme de Riemann Lebesgue.
 Produit de convolution de fonctions périodiques.
 Théorèmes de convergence uniforme (Fejer, Dirichlet) et au sens des moindres carrés (formules de Bessel, de Parseval).
 Transformation de Fourier d'une fonction intégrable sur \mathbb{R} ou \mathbb{R}^N . Formule d'inversion.
 Produit de convolution. Théorie L^2 et espace de Schwarz. Formules de Plancherel et Parseval.
 Espaces de Schwartz
 Notion de distributions tempérées et calcul de transformées de Fourier. Solution fondamentale.
 Espaces de Sobolev (hilbertiens) et applications.
 Fonctions à spectre borné. Règle d'échantillonnage de Shannon.

Pré requis :

Intégration 2 du semestre 6 de la Licence mention Mathématiques.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques	Optionnelle	AAM/Agrégation	Optionnelle	
Intitulé : M4 Probabilités			Semestre : 1	
Volume horaire par étudiant : 60		CM : 30	TD : 30	TP :
ECTS : 6	Coefficient : 1			

Programme :

Loi de probabilité, variables aléatoires, exemples de lois classiques, indépendance, caractérisation des lois (fonction de répartition, fonction caractéristique, fonction génératrice), suites de variables aléatoires, convergence, loi du 0-1, loi des grands nombres, théorème central limite, espérance conditionnelle, martingales.

Pré requis :

Intégration et Probabilités des semestres 5 et 6 de la Licence mention Mathématiques.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité
Mathématiques	Optionnelle	ATNA/Agrégation	Optionnelle
Intitulé : M5 Extensions de cours et théorie de Galois			Semestre : 1
Volume horaire par étudiant : 60		CM : 30	TD : 30 TP :
ECTS : 6	Coefficient : 1		

Programme.

Anneaux d'entiers quadratiques, théorème de Galois sur la périodicité des fractions continues.

Extensions de corps : corps de rupture, corps de décomposition, constructions à la règle et au compas, extensions normales, théorème de l'élément primitif.

Groupe de Galois et correspondance de Galois.

Extensions cycliques et corps cyclotomiques, groupes des unités, extensions abéliennes, théorème de Hilbert 90 et paramétrisation rationnelle du cercle.

Théorème d'Abel-Ruffini : groupes résolubles, résolubilité par radicaux.

Pré requis

Groupes, anneaux, corps et Anneaux de polynômes (Semestre 5 Licence mention Mathématiques)

Algorithmique Algébrique, Géométrie 1 et 2 (Licence mention Mathématiques)

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité
Mathématiques	Obligatoire	AAM	Obligatoire
Intitulé : M6 Optimisation numérique			Semestre : 1
Volume horaire par étudiant : 60		CM : 20	TD : 20 TP : 20
ECTS : 6	Coefficient : 1		

Programme :

Une partie substantielle de l'UE sera consacrée à la mise en œuvre des méthodes. Les TP seront en langage Python ou Scilab.

Rappels et compléments de calculs différentiels. Problèmes d'optimisation. Existence et unicité des solutions. Problèmes d'optimisation convexes. Fonctionnelles quadratiques.

Algorithme de descente pour les problèmes sans contraintes. Énergie convexe : algorithmes de gradient, de gradient conjugué, algorithme GMRES. Méthode de Newton.

Optimisation sous contraintes : multiplicateurs de Lagrange, extremas liés, théorème de Karush-Kuhn-Tucker, dualité, méthodes de projection, de pénalisation.

Méthode des moindres carrés, pseudo-inverses, applications.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques	Optionnelle	ATNA/Agrégation	Optionnelle	
Intitulé : M7.1 Cryptographie			Semestre : 1	
Volume horaire par étudiant : 30		CM : 15	TD : 15	TP :
ECTS : 3	Coefficient : 0.5			

Programme

Cryptographie et cryptanalyse. Signature et identification. Chiffrements par blocs, chiffrements affines. Cryptosystèmes symétriques et asymétriques. R.S.A., logarithme discret, 'knapsack'.

Algorithmes de factorisation et tests de primalité. Cryptosystèmes sur des courbes elliptiques.

Pré requis

A déterminer

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques	Optionnelle	Agrégation	Optionnelle	
Intitulé : M7.2 Géométrie Différentielle			Semestre : 1	
Volume horaire par étudiant : 30		CM : 15	TD : 15	TP :
ECTS : 3	Coefficient : 0.5			

Programme :

Rappels: difféomorphisme, immersion, submersion, plongement, sous-variété.

Introduction aux variétés différentiables: carte, atlas, application différentiable entre variétés, espace tangent en un point, espace cotangent en un point. Exemples de variétés: espaces projectifs, groupes de Lie, variétés quotients...

Introduction aux champs de vecteurs : Fibrés tangent et cotangent, définition d'un champ de vecteur, dérivée de Lie, crochet de Lie, flot d'un champ de vecteur.

Si le temps le permet, la notion d'orientation et d'orientabilité d'une variété sera abordée, notamment par des exemples.

Pré requis :

Géométrie différentielle de L3.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité
Mathématiques	Obligatoire	AAM/ATNA/Agrégation	Obligatoire
Intitulé : M8 Projet personnel encadré			Semestre : 2
Volume horaire par étudiant :		CM :	TD : TP :
ECTS : 6	Coefficient : 1		

Programme

Etude et synthèse d'un article mathématique

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité
Mathématiques	Obligatoire	AAM/ATNA/Agrégation	Obligatoire
Intitulé : M9 Anglais scientifique			Semestre : 2
Volume horaire par étudiant : 30		CM : 15	TD : 15 TP :
ECTS : 3	Coefficient : 0.5		

Programme : Analyse d'articles mathématiques en anglais, tournés si possible vers les trois parcours de la mention.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité
Mathématiques	Optionnelle	AAM	Optionnelle
Intitulé : M10 Modélisation et Analyse Numérique			Semestre : 2
Volume horaire par étudiant : 60		CM : 24	TD : 18 TP : 18
ECTS : 6	Coefficient : 1		

Programme :

Notion de dérivée faible d'une fonction. Introduction aux espaces de Sobolev hilbertiens (H^1 , H^1_0). Introduction aux EDP linéaires d'ordre 2, formulation faible. Discrétisation par différences finies d'équations aux dérivées partielles. Exemple : Laplace, transport, chaleur. Discrétisation par éléments finis pour les équations aux dérivées partielles en dimension 1. Éléments finis P_k . Estimation d'erreur. Introduction aux éléments finis en dimension 2. Introduction à la mise en œuvre numérique. Procédures d'assemblage. Une part importante est donnée à la mise en œuvre des méthodes. Les TP se font en Python ou en Scilab.

Pré requis :

Modélisation du semestre 6 de Licence.
Analyse fonctionnelle.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité
Mathématiques	Optionnelle	ATNA	Optionnelle
Intitulé : M11 Topologie algébrique			Semestre : 2
Volume horaire par étudiant : 60		CM : 30	TD : 30 TP :
ECTS : 6	Coefficient : 1		

Programme.

Rappels de topologie : structures topologiques, axiomes de séparation, applications continues, homéomorphismes, compacité, connexité et connexité par arcs, topologie quotient, identification et recollement, espaces cellulaires, topologie des groupes classiques, variétés topologiques.

Revêtements : le revêtement universel du cercle, les espaces projectifs réels, automorphismes des revêtements, quaternions et revêtement universel de $SO(3)$.

Groupe fondamental : homotopie des chemins et groupe fondamental, cas du cercle, espaces simplement connexes, groupe fondamental de la n -sphère, d'un groupe topologique, rétract par déformation et théorème de Brouwer, théorème de Van Kampen et applications, revêtements. Groupe fondamental du complémentaire d'un nœud.

Caractéristique d'Euler-Poincaré et homologie singulière (cas des surfaces).

Pré requis

Topologie générale et Groupes, anneaux, corps (Licence de Mathématiques)

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques	Optionnelle	ATNA	Optionnelle	
Intitulé : M12 Codes correcteurs			Semestre : 2	
Volume horaire par étudiant : 30		CM : 15	TD : 15	TP :
ECTS : 3	Coefficient : 0.5			

Programme

Codes linéaires. Distance de Hamming, matrice de contrôle, matrice génératrice, code dual, syndrome. Quelques codes particuliers (code isotope, code de Hamming). Borne de Varshamov-Gilbert, identité de Mac-Williams. Théorie de l'information de Shannon; le théorème de Shannon, entropie d'une source d'information, capacité d'un canal. Codes cycliques. Polynôme cyclotomiques sur F_2 . Matrice génératrice, de contrôle, syndrome pour un code cyclique. Utilisation et construction des idempotents pour un code cyclique par l'automorphisme de Frobenius. Code BCH, distance de ce code, décodage. Reed Salomon, Reed Muller, codes de résidus quadratiques. Designs, codes parfaits. Code de Golay, réseau de Leech. Code de Kerdock.

Pré requis

*Algèbre linéaire (toutes les UE),
anneaux de polynômes de L_3 ,
Théorie de Galois*

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques	Optionnelle	AAM	Optionnelle	
Intitulé : M13 Eléments de Distributions et Introduction aux EDP linéaires			Semestre : 2	
Volume horaire par étudiant : 30		CM : 15	TD : 15	TP :
ECTS : 3	Coefficient : 0.5			

Programme :

Eléments sur la notion de distributions (dérivée faible, convergence de suites de distribution, ordre, support).

Equation aux dérivées partielles linéaires du second ordre, classification de Hadamard, propriétés qualitatives (équation de Laplace, des ondes, de la chaleur).

Minimisation de l'énergie de Dirichlet pour le problème de Laplace. Introduction au calcul des variations.

Pré requis :

Analyse de Fourier et distributions tempérées.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques	Optionnelle	ATNA/Agrégation	Optionnelle	
Intitulé : M14 Groupes orthogonaux et formes quadratiques			Semestre : 2	
Volume horaire par étudiant : 30		CM : 15	TD : 15	TP :
ECTS : 3	Coefficient : 0.5			

Programme

Formes quadratiques sur un corps de caractéristique différente de 2.

Isotropie, signature, théorème de Witt.

Groupe orthogonal et spécial orthogonal. Générateurs.

Pré requis

Espaces Euclidiens et Hermitiens (LS4 mention Mathématiques)

Théorie des Groupes.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques	Optionnelle	AAM/Agrégation	Optionnelle	
Intitulé : M15 Modélisation aléatoire			Semestre : 2	
Volume horaire par étudiant : 30		CM : 15	TD : 15	TP :
ECTS : 3	Coefficient : 0.5			

Programme

- 1) Vecteurs gaussiens, applications : TCL dimension $d \geq 2$, estimateur empirique, région de confiance, loi de chi-2, test du chi-deux.
- 2) Simulations de variables aléatoires : générateurs nombres aléatoires, méthode d'inversion, méthode de rejet, méthode Box-Muller, méthode de conditionnement.
- 3) Chaîne de Markov à espace d'états dénombrables : propriété Markov, équation Chapman-Kolmogorov, classe de communication, fonction de Green, récurrence, transience, mesure invariante, convergence en loi.

Pré requis

Probabilités

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques	Optionnelle	ATNA/Agrégation	Optionnelle	
Intitulé : M16 Représentation des groupes			Semestre : 2	
Volume horaire par étudiant : 30		CM : 15	TD : 15	TP :
ECTS : 3	Coefficient : 0.5			

Programme

Représentations linéaires, irréductibilité.

Caractère d'une représentation.

Induction, restriction. Algèbre d'un groupe fini.

Applications à la structure des groupes finis.

Pré requis

Algèbre linéaire approfondie de L3,

Anneaux de polynômes de L3,

Théorie des groupes.

Mention	Statut dans la mention	Spécialité	Statut dans la spécialité	
Mathématiques	Optionnelle	AAM/Agrégation	Optionnelle	
Intitulé : M17 Systèmes dynamiques			Semestre : 2	
Volume horaire par étudiant : 30		CM : 15	TD : 15	TP :
ECTS : 3	Coefficient : 0.5			

Programme

Le cours portera sur l'un des thèmes mentionnés ci-dessous:

- Dynamique topologique: notions d'irréductibilité, transitivité, mélange, minimalité, théorème de récurrence de Birkhoff, ensemble limites et attracteurs, exemples de codage par la dynamique symbolique, chaos topologique et notion d'entropie.
- Homéomorphismes de cercle: nombre de rotation, points périodiques, intervalles errants, théorème de Denjoy, théorème de Li-York, théorème de Saarkovski.
- Théorie ergodique: théorème de récurrence de Poincaré, notions d'irréductibilité, ergodicité, mélange, unique ergodicité, théorèmes ergodiques de von Neumann et de Birkhoff, systèmes Bernoulli.

Prérequis

Topologie et analyse (Licence de Mathématiques).

Théorie de la mesure et intégration (Licence de Mathématiques)