

Points fixes de substitutions : étude des valeurs propres et application aux progressions arithmétiques

Valérie Goyheneche

14 mars 2017

Nous nous intéressons aux suites définies comme des points fixes de substitutions. La question est de déterminer si une telle suite $x = (x_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ contient une lettre en progression arithmétique, c'est-à-dire une sous-suite constante de la forme $(x_{i+np})_{n \in \mathbb{Z}}$.

L'existence d'une telle sous-suite est fortement liée aux valeurs propres rationnelles associées au système dynamique (X, S) , où S est le shift et X l'adhérence de l'orbite de x sous son action.

Nous commencerons donc par étudier ces valeurs propres, avec un rappel des résultats précédents et une méthode algorithmique permettant de les déterminer. Nous verrons ensuite comment ces valeurs propres sont utiles pour décider de l'existence d'une lettre en progression arithmétique. Nous présenterons de méthodes qui s'appliquent à trois classes de substitutions (longueur constante, substitution propre ou définies sur un alphabet à deux lettres), ainsi que les difficultés qui subsistent dans le cas général.