

Devoir

Exercice 1. (Examen, Session 2, 2016-2017) Soit f la fonction définie par

$$f : x \mapsto \sqrt{x^2 + x - 2}.$$

1. Quel est le domaine de définition D_f de f ? (1 pt)
2. Donner le domaine de dérivabilité de f , ainsi qu'une expression de sa fonction dérivée. (1,5 pt)
3. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $f(-2)$, $f(1)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (0,25 pt par réponse)
4. Montrer que, pour tout $x \in D_f$, on a

$$f(-1 - x) = f(x).$$

Que pouvez-vous en déduire sur les symétries du graphe de f ? (On pourra remarquer que le milieu de x et $-1 - x$ est $-\frac{1}{2}$) (1 + 1 pt)

5. Donner le tableau de variations de f . (1 pt)
6. En utilisant l'expression conjuguée, calculer

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x - 2} - \left(x + \frac{1}{2}\right).$$

Qu'en déduisez-vous? (1,5 + 1 pt)

7. Montrer que $\lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = +\infty$. (1 pt)
8. Donner l'allure du graphe de f . (2 pt)

Exercice 2. (Partiel, 2014-2015) Soit f la fonction définie par

$$f : x \mapsto \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}}.$$

1. Que est le domaine de définition de f ? (1 pt)
2. Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. (0,25 pt par réponse)
3. Donner le domaine de dérivabilité de f , ainsi qu'une expression de sa fonction dérivée. (1 pt)
4. Montrer que $\sqrt{6} > 2$ et en déduire que $-1 + \sqrt{6}$ et $-1 - \sqrt{6}$ ne sont pas dans le domaine de définition de f . (0,5 pt)
5. Donner le tableau de variations de f . (1 pt)
6. Trouver $a \in \mathbb{R}$ tel que

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} = x - a + \frac{6}{x + 1}.$$

(1 pt)

7. Calculer

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \sqrt{x - 4}.$$

(1 pt)

8. Quel relation pouvez-vous trouver entre les graphes de f et de la fonction $g : x \mapsto \sqrt{x - 4}$? (0,5 pt)
9. Donner l'allure du graphe de f . (1 pt)