Le but de l'exposé sera de comprendre tout ou partie du résumé suivant. Le groupe $G = SL(2,\mathbb{C})$ est essentiellement le groupe des isométries directes de l'espace hyperbolique de dimension 3 $\mathbb{H}^3$, et il s'identifie à l'ensemble des repères orthonormés directs au-dessus de $\mathbb{H}^3$.

Tout sous-groupe de G peut agir sur G par multiplication matricielle à gauche ou à droite. Le sous-groupe à un paramètre A des matrices diagonales à coefficients réels agit par multiplication à droite sur G comme le flot géodésique. C'est donc un système dynamique très chaotique. Le sous-groupe N des matrices triangulaires supérieures avec des 1 sur la diagonale agit aussi par multiplication à droite, ses orbites sont les variétés fortement stables du flot géodésique. Le sous-groupe $U < N$ des matrices à coefficients réels est également intéressant d'un point de vue dynamique.

Si $\Gamma < G$ est un sous-groupe discret, on s'intéresse à la variété hyperbolique $\Gamma\backslash\mathbb{H}^3$ et son fibré des repères $X = \Gamma\backslash G$, où le quotient concerne l'action de Γ par multiplication à gauche cette fois. Ainsi, les groupes A et N et U continuent à agir par multiplication à droite. Suivant les hypothèses mises sur Γ, les propriétés de A sont bien connues (flot hyperbolique, mélangeant, d'entropie positive, etc), celles de N sont assez bien connues (flot uniquement ergodique), et celles de U pas toujours.

Dans un travail en commun avec François Maucourant, nous essayons de comprendre les propriétés dynamiques de U lorsque Γ est un groupe libre à deux générateurs. En particulier, nous montrons que son action est topologiquement transitive.